

# درمانگاه ریاضی

افشین خاصه خان

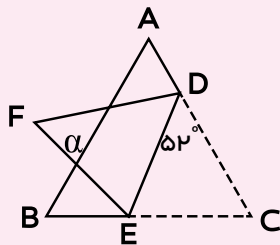


موضوع محاسبه اندازه زاویه بود:

مثلث متساوی الاضلاع ABC را مانند شکل ۱ نسبت به پاره خط DE تا زده ایم.

مقدار  $\alpha$  برابر کدام است؟ ( $\widehat{EDC} = 52^\circ$ )

- ۱)  $104^\circ$     ۲)  $106^\circ$     ۳)  $136^\circ$     ۴)  $156^\circ$



شکل ۱

هلیا برای پاسخ به این سؤال ایده‌هایی را مطرح کرد، اما هیچ کدام به پاسخ نرسیدند. تقصیری هم نداشت. او یک دانش آموز سمپادی بود اما چون تبدیلات را در سال هفتم به شکلی کلی (بدون ویژگی‌های آن‌ها) در دوران کرونا خوانده بود، لذا از ارتباط خط تقارن با نیم‌ساز زاویه ایجاد شده هیچ

سلام و وقت بخیر خدمت علاقه‌مندان به درمانگاه ریاضی. ابتدا این جمله زیبای مریم میرزاخانی را یادآوری می‌کنم که: «ریاضیات زیبایی‌های خود را به دانش‌آموزان صبور نشان می‌دهد.» در همین راستا برای همه دانش‌آموزان عزیز در یادگیری ریاضیات آرزوی صبر و حوصله می‌کنم. مراجعه‌کننده این هفته دانش‌آموزی پایه نهمی به نام **هلیا عیدی جداییه** بود. پدر هلیا دوست صمیمی من و مدیر گروه‌های آموزشی متوسطه اول و دوم اداره آموزش و پرورش و مادرش از نیروهای درمانی است. هلیا با پدرش به درمانگاه آمده. بعد از سلام و احوال‌پرسی با آن‌ها، هلیا را به اتاق درمانی دعوت کردم. طبق روال همیشگی «گفت‌وگوی سقراطی» را آغاز کردم و در حین بحث در مورد چند سؤال هندسه که هلیا با خود به درمانگاه آورده بود، مشکل موجود در تفکر ریاضی او را حدس زدم.

## تشخیص

همچنان که اشاره کردم، سؤال مورد بحث ما از هندسه مثلثی با

من گفتم: «خب الان چه نتیجه‌ای می‌توانی بگیری؟»  
جواب داد: «زاویه FDE هم برابر ۵۲° است.»  
او را تشویق کردم و گفتم: «بقیه مسئله آسان‌تر است لطفاً همین راهبرد را ادامه بده.»

هلیا ادامه داد: «زاویه ADF را باید به دست بیاوریم. چون زاویه ADC نیم‌صفحه است، پس:  $\widehat{ADF} = 180 - 2(52) = 76$   
و چون زاویه A برابر ۶۰ درجه است، لذا:  
 $G_1 = G_2 = 180 - (60 + 76) = 44$ »

گفتم: «بسیار عالی، حال قدم آخر را می‌توانی برداری و  $\alpha$  را محاسبه کنی.»  
او نوشت:  $\alpha = 180 - (44 + 60) = 76$   
بعد از این نتیجه هلیا گفت: « $\alpha$  با  $\widehat{ADF}$  برابر شد. دو زاویه A و F نیز با هم برابرند. پس می‌توانیم بگوییم دو مثلث ADG و FGH با هم متشابه‌اند؟»  
معلوم بود هلیا درس تشابه را به خوبی خوانده و حضور ذهن دارد. گفتم: «هلیا کاملاً درست تشخیص دادی و حالت تشابه را هم معلوم است که به خوبی می‌دانی.»

### تجویز

بعد از تشخیص بیماری تفکر ریاضی هلیا، حال نوبت تجویز دستورالعمل‌های درمانی لازم بود:

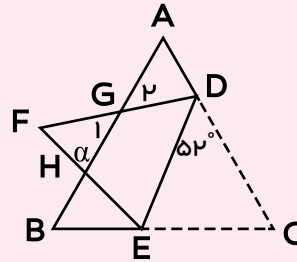
۱. به او توصیه کردم که قضیه‌های مربوط به مثلث و محاسبه اندازه زاویه‌ها در خطوط متقاطع و همچنین تبدیلات را از کتاب درسی هفتم به دقت بخواند و تمرین‌هایش را حل کند.
۲. بعضی از مفهومی‌های مهم و تکمیلی در ارتباط با همین دو موضوع را از کتاب‌های خود یاد بگیرد و تا می‌تواند در پی علت آن‌ها باشد و بدون دلیل آن‌ها را نپذیرد.
۳. تمرین‌هایی برای تعیین و سفارش کردم که برای حلشان آزمون و خطا انجام دهد و تا حد امکان تلاش کند خودش آن‌ها را اثبات یا حل کند.
۴. برای سؤال‌هایی که نتوانسته جواب دهد، در طول هفته دوباره چالشی انجام دهد، حل یک سؤال بعد از چندین بار تلاش بسیار لذت‌بخش خواهد بود.
۵. اگر امکان داشته باشد سؤال‌ها را با روش‌های متفاوت حل کند و از این کار لذت ببرد.
۶. اگر علاقه‌مند باشد چند سؤال در همین زمینه طراحی کند و با دوستانش به حل و بحث بگذارد تا نقاط قوت و ضعف سؤالش آشکار شود.

تصوری نداشت. علاوه بر آن از ثابت ماندن اندازه زاویه در تقارن هم بی‌اطلاع بود. در واقع او یک دانش‌آموز نهمی علاقه‌مند به ریاضی بود و انتظار بیشتر از او بی‌انصافی بود.

### درمان

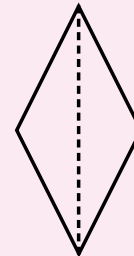
برای متوجه ساختن هلیا به مشکل موجود در تفکر ریاضی‌اش در حل این مسئله، از او خواستم که با هم فعالیتی را انجام دهیم. هلیا با اشتیاق قبول کرد. به نظرم بهترین کار برای فهماندن مطالبی که در بالا اشاره کردم به هلیا، طراحی یک فعالیت عملی بود. از هلیا خواستم که با برش کاغذ یک مثلث متساوی‌الاضلاع بسازد. نوبت پرسش‌های متداول سقراطی بود. از هلیا پرسیدم هر زاویه این مثلث چند درجه است؟ هلیا بی‌درنگ گفت ۶۰ درجه. سپس از او خواستم مانند شکل ۲ کاغذ مثلثی را تا کند و بعد سؤال کردم به نظر شما زاویه C بعد از تا شدن با چه حرفی در شکل نشان داده شده است؟ هلیا بعد از کمی مکث گفت F، بلافاصله پرسیدم به نظر شما اندازه زاویه بعد از تغییر کرده است؟ پاسخ داد فرقی نکرده و همان زاویه است، پس تغییر نکرده است یعنی برابر ۶۰ درجه است.

شکل ۲



حال نوبت خط تقارن و ارتباط آن با نیم‌ساز زاویه FDC بود. برای اینکه فضایی فراهم کنم تا هلیا این موضوع را نیز راحت‌تر کشف کند، از او خواستم کاغذ دیگری را به شکل لوزی برش دهد (شکل ۳). او با حوصله و دقت این کار را انجام داد. سپس از او خواستم خط‌های تقارن آن را رسم کند. هلیا دو خط تقارن لوزی را رسم کرد. از او خواستم که در امتداد یکی از آن‌ها کاغذ را تا کند. او این کار را انجام داد. گفتم کاغذ تا شده را باز کن، این خط تا شده زاویه لوزی را به چه نسبتی تقسیم کرده است؟ هلیا پاسخ داد دو قسمت مساوی، پرسیدم یعنی چه چیز زاویه است؟

شکل ۳



جواب داد نیم‌ساز زاویه. گفتم: «اگر به شکل ۲ برگردیم، می‌توانی به روش مشابه تحلیل کنی؟»  
هلیا به شکل خیره شد و بعد از مکث طولانی گفت: «ما مثلث را از پاره خط DE تا کرده‌ایم. بنابراین DE نیم‌ساز زاویه FDC خواهد بود.»

